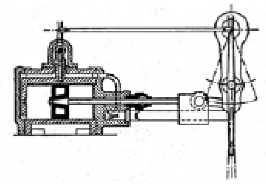
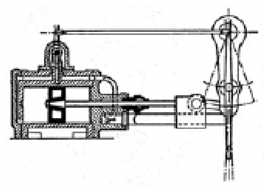
Chapitre 3



Caractérisation des systèmes industriels

Plan



- 1. Performances d'un système industriel
- 2. Etude temporelle
- 3. Etude fréquentielle

1. Performances d'un Syst. Indus.

- **<u>Rappel :</u>**
  - 3 critères sont généralement retenus pour évaluer les performances d'un système :
    - **La précision**
    - **La vitesse**
    - **La robustesse du système aux perturbations (amortissement, stabilité)**
  - Dans ce chapitre nous allons voir comment concrètement **les prévoir** ou **les mesurer pratiquement** pour un système industriel donné.

1. Performances d'un Syst. Indus.

- **<u>Définitions :</u>**
  - **<u>Précision d'un système :</u>**

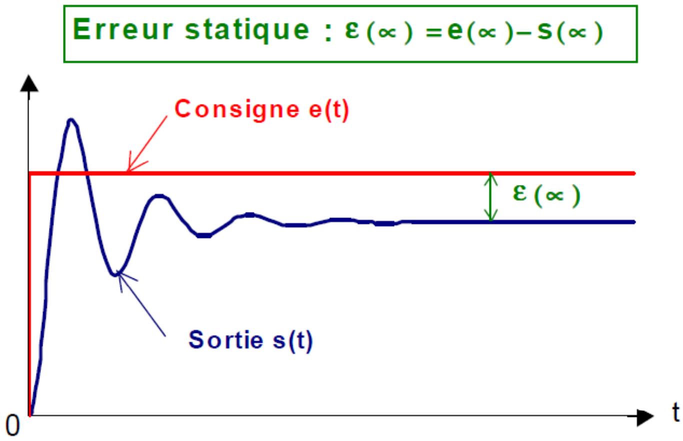
    La précision est l'aptitude d'un système à atteindre la valeur visée en consigne

    Elle est caractérisée par l'écart entre **la valeur attendue** et la valeur **effectivement atteinte** par la grandeur de sortie.

1. Performances d'un Syst. Indus

- **Définitions :**
  - **Précision d'un système :**

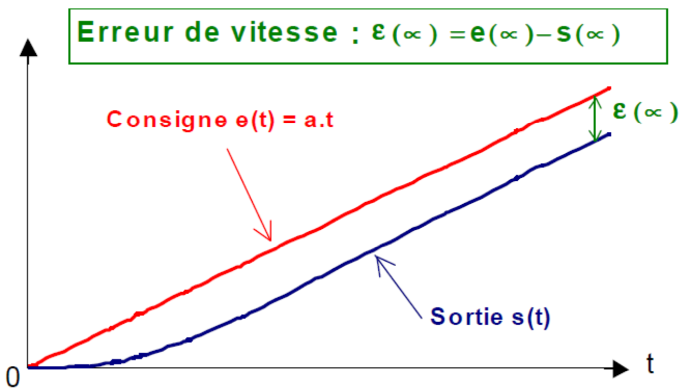
    Si la consigne est une constante au cours du temps *(un échelon donc),* la précision est caractérisée quantitativement par **l'erreur statique.**



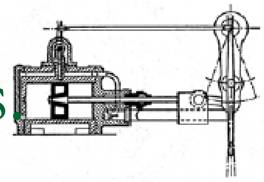
1. Performances d'un Syst. Indus

- **Définitions :**
  - **Précision d'un système :**

    Si la consigne est une rampe la précision est caractérisée quantitativement par **l'erreur de traînage (ou de vitesse).**



1. Performances d'un Syst. Indus.

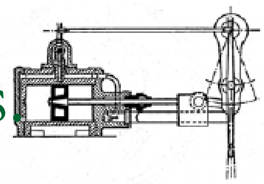


- **<u>Définitions :</u>**
  - **<u>Précision d'un système :</u>**

    Dans les 2 cas l'erreur sera exprimée en % de la manière suivante :

$$\boxed{\varepsilon\% = \frac{\Delta s(\infty)}{\Delta e(\infty)}.100}$$

1. Performances d'un Syst. Indus.



- **<u>Définitions :</u>**
  - **<u>Rapidité d'un système :</u>**

    La rapidité caractérise la « vitesse » avec laquelle le système peut passer d'une consigne à une autre.

    Toutefois, il faut constater que lors du passage d'une valeur à une autre de la grandeur de sortie, la valeur finale **est souvent atteinte de manière asymptotique.**

    Pour caractériser la rapidité, on ne peut donc pas utiliser directement le temps mis pour passer d'une position à une autre qui en toute rigueur est infini.

1. Performances d'un Syst. Indus.

- **<u>Définitions :</u>**

  - **<u>Rapidité d'un système :</u>**

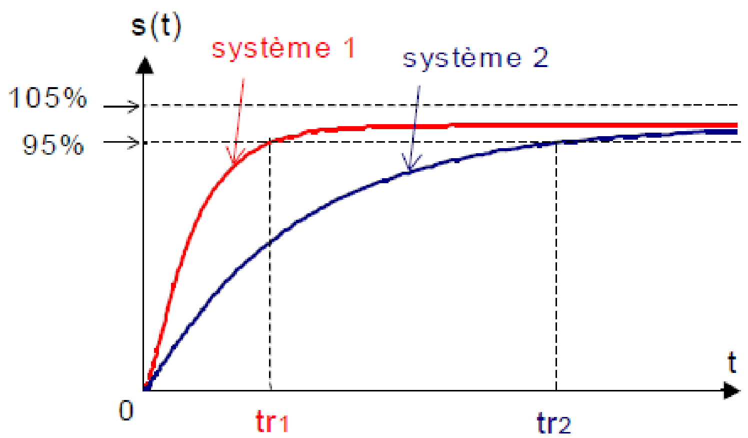
    Le critère d'évaluation de la rapidité d'un SI est **le temps de réponse à *5 %*.**

  Le temps de réponse à 5% d'un système est le temps mis pour que sa sortie atteigne et reste dans l'intervalle [95% ; 105%] de **la valeur finale stabilisée.**

1. Performances d'un Syst. Indus.

- **<u>Définitions :</u>**

  - **<u>Rapidité d'un système : cas n°1</u>**

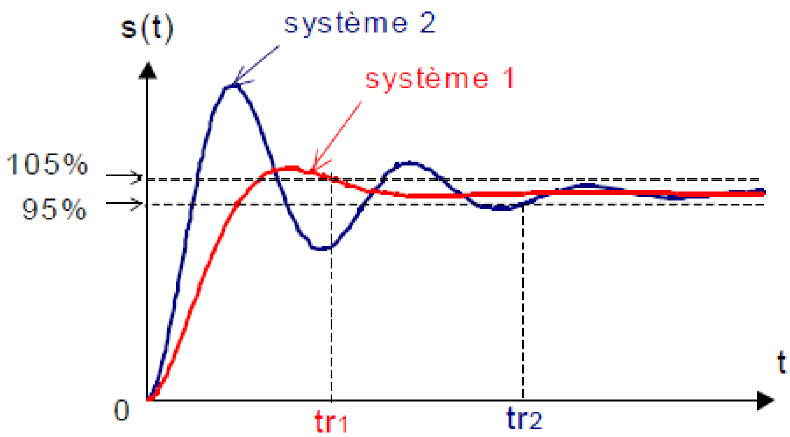


Le système 1 est plus rapide que le système 2

1. Performances d'un Syst. Indus.

Définitions :

Rapidité d'un système : cas n°2



Le système 1 est plus rapide que le système 2

1. Performances d'un Syst. Indus.

Définitions :

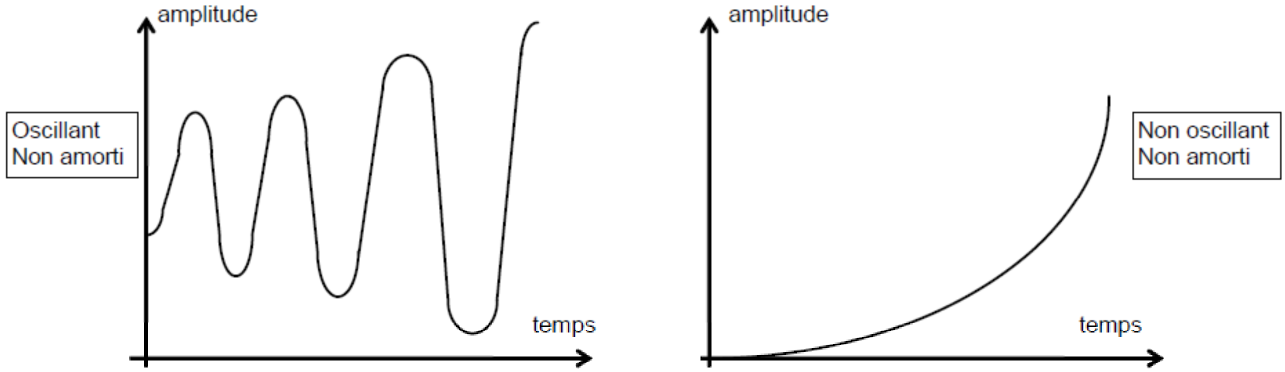
Stabilité et amortissement d'un système

Un système physique est stable s'il retourne spontanément vers son état d'équilibre lorsqu'il en est écarté.

Un système physique est correctement amorti si la valeur finale de sa sortie est atteinte sans trop d'oscillations

1. Performances d'un Syst. Indus

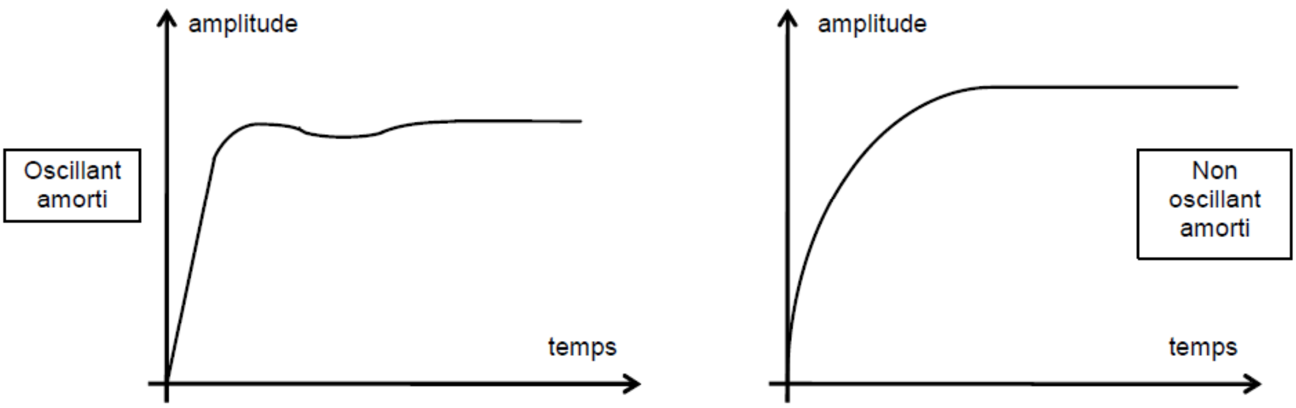
- **Définitions :**
  - **Stabilité et amortissement d'un système**



Instable

1. Performances d'un Syst. Indus

- **Définitions :**
  - **Stabilité et amortissement d'un système**



Stable

1. Performances d'un Syst. Indus.

- **<u>Définitions :</u>**
  - **<u>Stabilité et amortissement d'un système</u>**

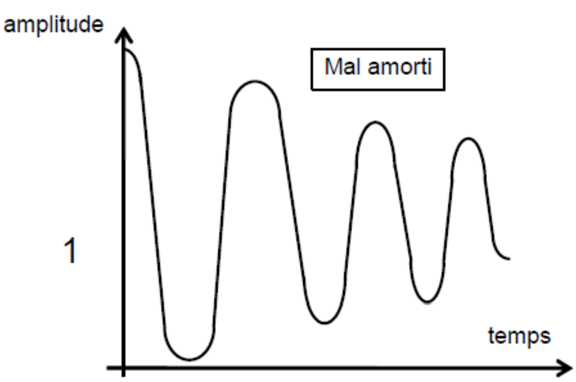
<u>Remarques :</u>

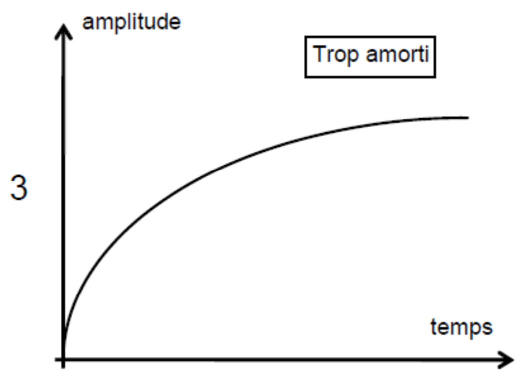
Un système trop oscillant est un système qui manque de stabilité

Un système trop amorti est un système très stable mais trop lent la plupart du temps

1. Performances d'un Syst. Indus.

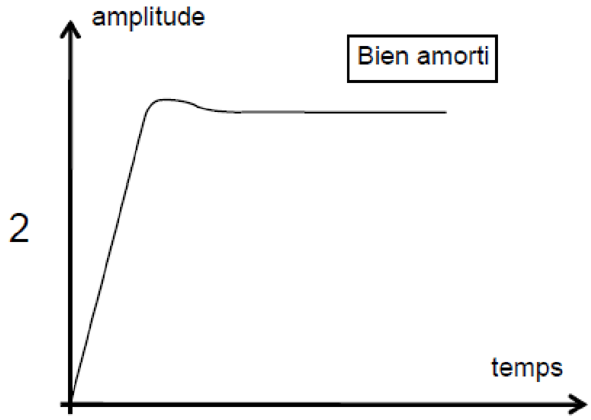
- **<u>Définitions :</u>**
  - **<u>Stabilité et amortissement d'un système</u>**





1. Performances d'un Syst. Indus.

- **<u>Définitions :</u>**
  - **<u>Stabilité et amortissement d'un système</u>**



Compromis

1. Performances d'un Syst. Indus.

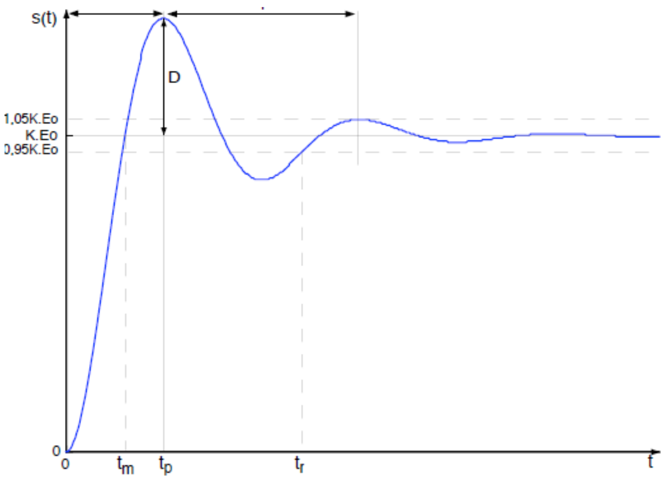
- **<u>Définitions :</u>**
  - **<u>Stabilité et amortissement d'un système</u>**

Dans le cas d'un système oscillant, l'amortissement se caractérise par **la quantification de la valeur en % du premier dépassement**.

1. Performances d'un Syst. Indus

Définitions :

Stabilité et amortissement d'un système



$$D_1\% = \frac{D}{\Delta s(\infty)}.100$$

1. Performances d'un Syst. Indus

Caractérisation

- L'ensemble de ces paramètres peut se déterminer **de 2 manières différentes** :

  (i) Temporellement
  (ii) Fréquentiellement

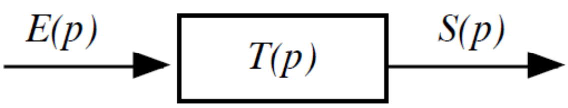
- La connaissance de la fonction de transfert du système permet de prédéterminer ces paramètres.

Plan

- 1. Performances d'un système industriel
- 2. Etude temporelle
- 3. Etude fréquentielle

2. Etude temporelle

- **Principe**
  - Soit un système industriel de fonction de transfert **T(p)**



  - En fonction du signal d'entrée considéré, nous allons pouvoir déterminer les performances du système.
  - Cette approche est aussi appelée **l'approche de l'automaticien**

2. Etude temporelle

<u>Réponse impulsionnelle</u>

- La réponse impulsionnelle s'obtient en appliquant en entrée du système considéré **une impulsion de dirac.**

$$e(t) = \delta(t)$$

- Dans le domaine de Laplace, nous avons donc :

$$S(p) = T(p)E(p) = T(p).L\{\delta(t)\}$$
$$S(p) = T(p).1 = T(p)$$

2. Etude temporelle

<u>Réponse impulsionnelle</u>

- Et donc :

$$s_{imp}(t) = L^{-1}\{T(p)\}$$

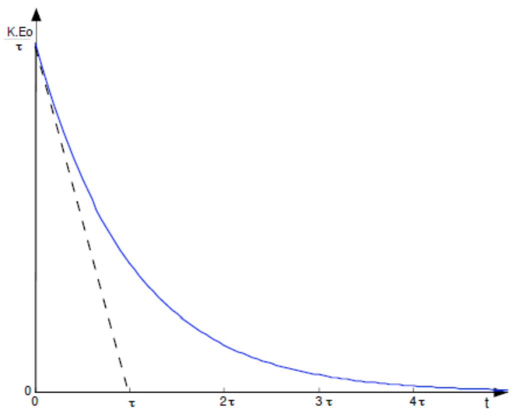
- **Utilisation :**

  En pratique la réponse impulsionnelle permet de statuer sur **la stabilité et l'amortissement du système.**

- **Remarque :** la réponse impulsionnelle est une image directe de la fonction de transfert du système (***S(p)=T(p)***)

2. Etude temporelle

- **<u>Réponse impulsionnelle</u>**
  - Exemples



Système stable et amorti

2. Etude temporelle

- **<u>Réponse indicielle</u>**
  - La réponse indicielle s'obtient en appliquant en entrée du système considéré **une fonction échelon (classiquement unitaire).**

$$e(t) = u(t)$$

  - Dans le domaine de Laplace donc :

$$S(p) = T(p)E(p) = T(p).L\{u(t)\}$$

$$S(p) = \frac{T(p)}{p}$$

2. Etude temporelle »éa

- **Réponse impulsionnelle**

  - Et donc :

$$s_{ind}(t) = L^{-1}\left\{\frac{T(p)}{p}\right\}$$

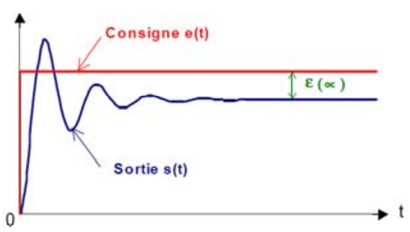
  - **Utilisation :**
    En pratique la réponse indicielle permet de statuer sur :

(i) La précision, (ii) la rapidité, (iii) la stabilité et l'amortissement

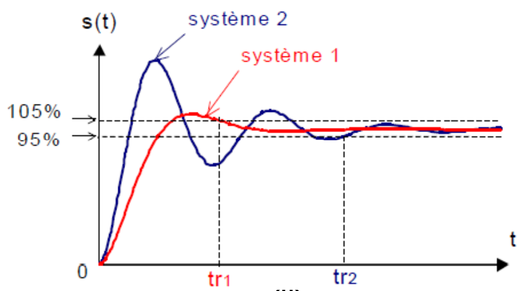
2. Etude temporelle

- **Réponse indicielle**

  - **Exemples**

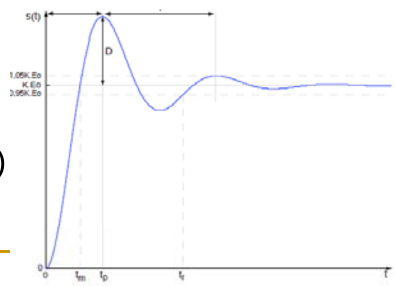


(i)



(ii)

(iii)



2. Etude temporelle

- **Réponse à une rampe**
  - Le signal d'entrée est une rampe :

$$e(t) = t.u(t)$$

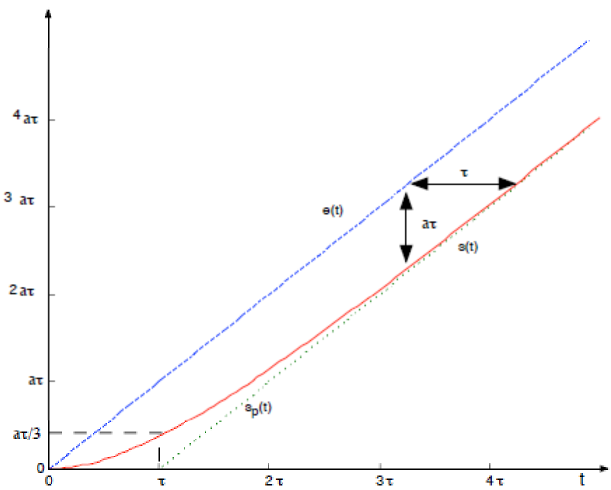
  - Comme précédemment, on a donc :

$$s_{rampe}(t) = L^{-1}\left\{\frac{T(p)}{p^2}\right\}$$

2. Etude temporelle

- **Réponse à une rampe**
  - **Utilisation**

    En pratique, cette réponse permet de quantifier **l'erreur de traînage**



2. Etude temporelle

- **Conclusion**

  - La réponse indicielle permet de caractériser complètement le système en termes de performances.

  - La connaissance de la fonction de transfert du système permet de caractériser complètement le système.

  - Nous allons maintenant voir que l'étude temporelle peut être complétée par une analyse fréquentielle du même système.

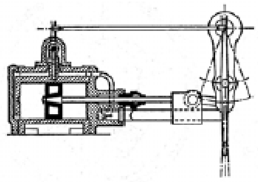
Plan

- 1. Performances d'un système industriel

- 2. Etude temporelle

- 3. Etude fréquentielle

3. Etude fréquentielle



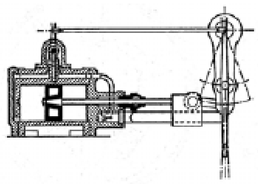
Principe

- Dans le cadre d'une analyse fréquentielle, le type de signal d'entrée du système **est restreint aux signaux sinusoïdaux**.

$$e(t) = E_0 \sin(\omega t)$$

- On parle alors de **régime harmonique**.

3. Etude fréquentielle



Principe

- Pour ce type de régime, la fonction de transfert du système est aussi appelée **fonction de transfert isomorphe**.

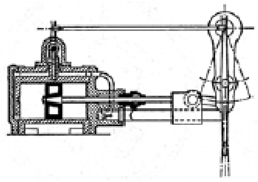
- Cela correspond au cas particulier où la variable de Laplace ***p*** est telle que :

$$p = j\omega$$

- Et donc :

$$\boxed{T(p) = T(j\omega) = \frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = \mathrm{Re}\big(T(j\omega)\big) + j\,\mathrm{Im}\big(T(j\omega)\big)}$$

3. Etude fréquentielle



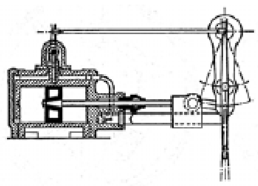
Principe

- Ainsi en **faisant varier la pulsation (fréquence) du signal sinusoïdal d'entrée**, on peut étudier le comportement fréquentiel du système au travers de l'étude du signal de sortie qui sera du type :

$$s(t) = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

- Avec $\boldsymbol{S_0}$ l'amplitude de sortie et $\boldsymbol{\varphi}$ son déphasage par rapport au signal d'entrée.

3. Etude fréquentielle



Principe

- Concrètement, l'analyse fréquentielle se fait au moyen de l'étude de 2 paramètres issus de la fonction de transfert isomorphe :

Le Gain : $$G = \frac{S_0}{E_0} = |T(j\omega)|$$

Le déphasage : $$\varphi = \arg\big(T(j\omega)\big)$$

- Tous deux sont fonctions de la pulsation $\boldsymbol{\omega}$ du signal d'entrée

3. Etude fréquentielle

Principe

- Pratiquement les études analytiques de *G=f(ω)* et *φ=g(ω)* ne sont pas « parlantes ». On leur préfèrera une représentation graphique.

- 3 types de représentation sont classiquement utilisées :

  (i) La représentation dans le lieu de Bode

  (ii) La représentation dans le lieu de Black-Nichols

  (iii) La représentation dans le lieu de Nyquist

3. Etude fréquentielle

Lieu de Bode

- Ce lieu de représentation se constitue de 2 courbes :

  1. $|T(j\omega)|_{dB}$ en fonction de ω
  2. $\varphi = \arg(T(j\omega))$ en fonction de ω

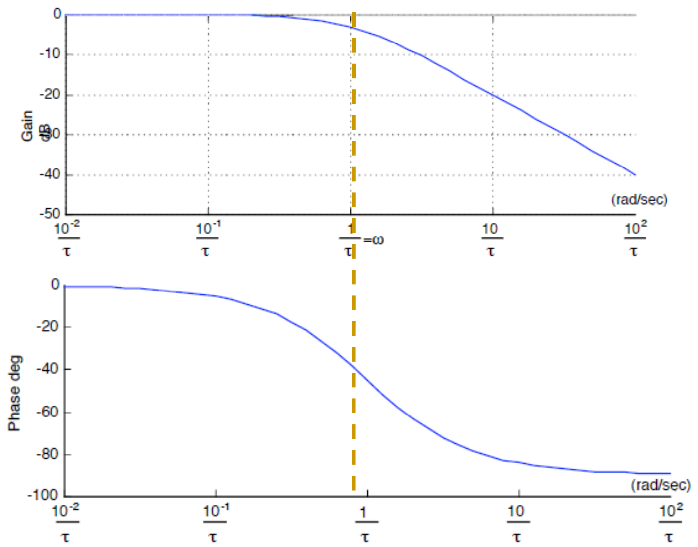
- Le gain est exprimé en décibels (dB) :

$$|T(j\omega)|_{dB} = 20Log(|T(j\omega)|)$$

- Dans les 2 cas, **l'échelle des abscisses est logarithmique**

3. Etude fréquentielle

Lieu de Bode (exemple)



$$|T(j\omega)|_{dB} = 20Log\left(|T(j\omega)|\right)$$

$$\varphi = \arg\left(T(j\omega)\right)$$

3. Etude fréquentielle

Lieu de Bode

- **Utilisation :**

  Ce type de représentation permet de déterminer :

  (i) La précision du système (lié au gain en basse fréquence)

  (ii) dans certains cas la vitesse

  (iii) de statuer **quantitativement** sur la stabilité et l'amortissement du système (voir chapitre sur la stabilité)

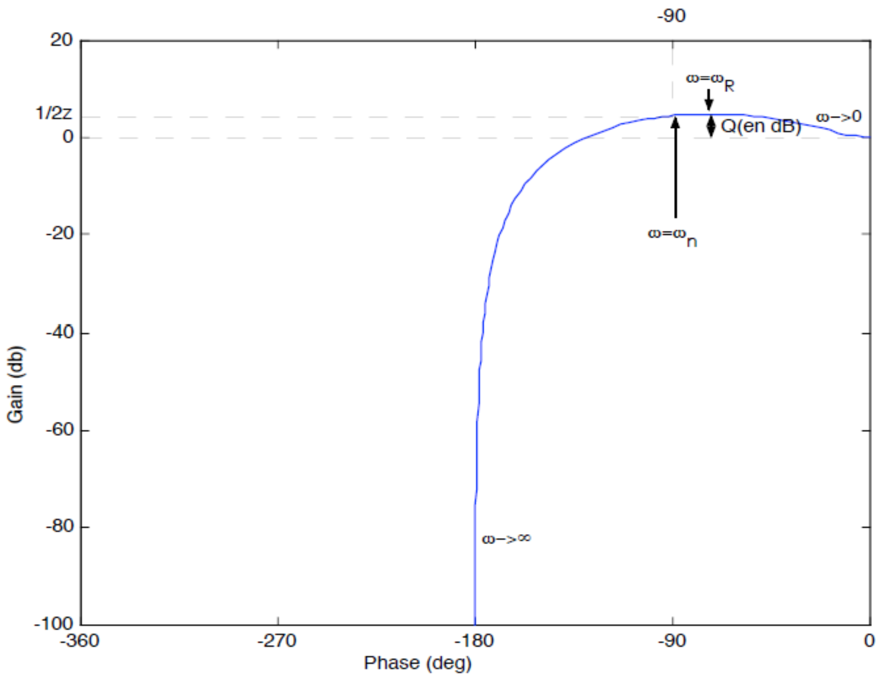
3. Etude fréquentielle

- **Lieu de Black**

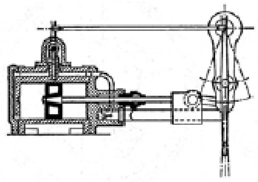
  - La représentation de Black consiste à tracer les évolutions du gain exprimé en dB en fonction du déphasage.
  - Cette courbe est **graduée en *ω, on parle de courbe paramétrée en ω.***
  - On peut se servir du tracé de Bode pour tracer plus rapidement le tracé de Black.

3. Etude fréquentielle

- **Lieu de Black (Exemple)**



3. Etude fréquentielle

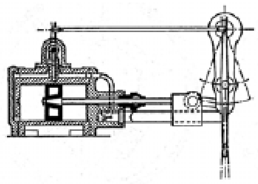


- **<u>Lieu de Black</u>**

  - **Utilisation :**

    Ce type de représentation est principalement utilisée pour l'étude de la stabilité des systèmes (voir chapitre stabilité).

3. Etude fréquentielle



- **<u>Lieu de Nyquist</u>**

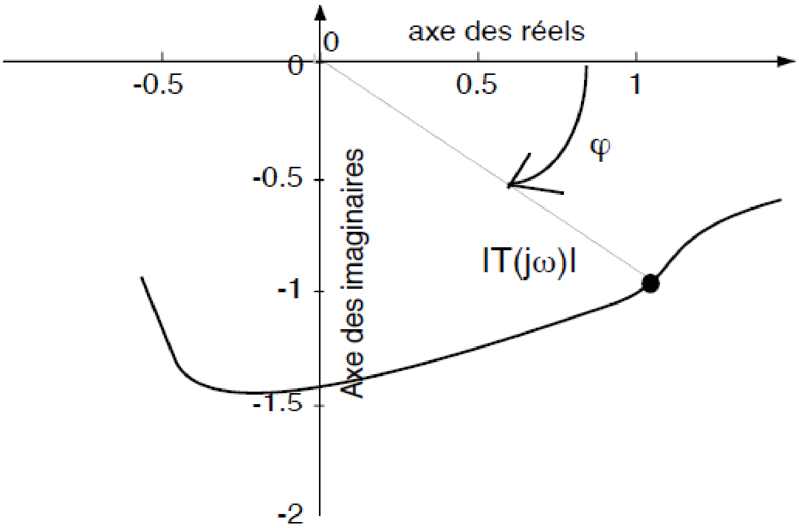
  - La représentation de Nyquist consiste à tracer **les évolutions de *T(jω)* dans le plan complexe.**

  - Il s'agit donc en fait d'une courbe paramétrée en *ω,* telle que :

$$\begin{cases} \text{abscisse}(\omega) = \mathrm{Re}\big(T(j\omega)\big) \\ \text{ordonnée}(\omega) = \mathrm{Im}\big(T(j\omega)\big) \end{cases}$$

3. Etude fréquentielle

- **Lieu de Nyquist (exemple)**



3. Etude fréquentielle

- **Lieu de Nyquist**
  - **Utilisation :**

    Ce type de représentation est principalement utilisée pour l'étude de la stabilité des systèmes (voir chapitre stabilité).