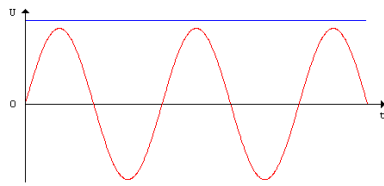


Chapitre 2 : Le régime alternatif (AC)



1

Plan du chapitre

- 1. Grandeur alternative
- 2. Le régime sinusoïdal
- 3. Notation complexe
- 4. Puissance en régime AC
- 5. Récapitulatif

2

Plan du chapitre

- 1. Grandeur alternative
- 2. Le régime sinusoïdal
- 3. Notation complexe
- 4. Puissance en régime AC
- 5. Récapitulatif

3

1. Grandeur alternative

1.1 Exemple

- Introduction :
 - Une **tension continue** est une tension dont **le signe** est toujours **le même** au cours du temps.
 - Un **tension alternative** est une tension dont le signe est alternativement positif et négatif
 - Une tension est de plus **périodique** s'il existe T tel que:

$$u(t+T)=u(t)$$

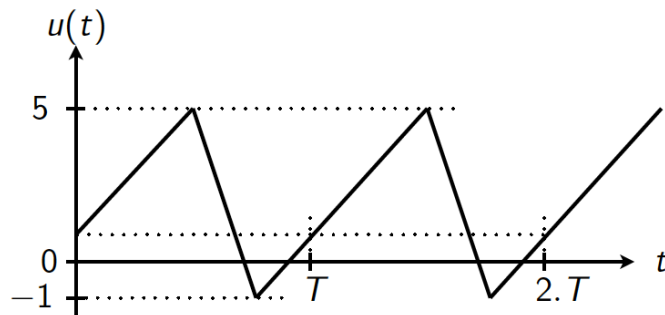
T est appelée **la période** et s'exprime en seconde (s)

4

1. Grandeur alternative

1.1 Exemple

■ Exemple de signal alternatif



5

1. Grandeur alternative

1.2 Caractéristiques

■ Cas général :

- On définit les grandeurs suivantes associées à ce type de signaux :
 - l'amplitude ou valeur crête-à-crête
 - la fréquence,
 - la valeur moyenne,
 - la valeur efficace.

6

1. Grandeur alternative

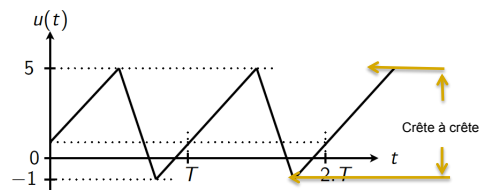
1.2 Caractéristiques

■ Cas général :

- On définit les grandeurs suivantes associées à ce type de signaux :

- l'amplitude ou valeur crête-à-crête

- la fréquence,
- la valeur moyenne,
- la valeur efficace.



7

1. Grandeur alternative

1.2 Caractéristiques

■ Cas général :

- On définit les grandeurs suivantes associées à ce type de signaux :

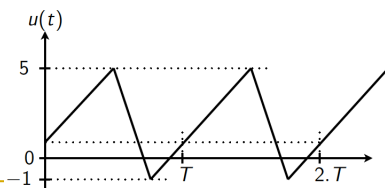
- l'amplitude ou valeur crête-à-crête

- la fréquence,

- la valeur moyenne,
- la valeur efficace.

Définie comme
l'inverse de la
période (unité le
Hertz-H)

$$f = \frac{1}{T}$$



8

1. Grandeur alternative

1.2 Caractéristiques

■ Cas général :

- On définit les grandeurs suivantes associées à ce type de signaux :
 - l'amplitude ou valeur crête-à-crête
 - la fréquence,
 - la valeur moyenne,
 - la valeur efficace.

$$U_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

Il s'agit de la valeur
autour de laquelle oscille
la tension u

9

1. Grandeur alternative

1.2 Caractéristiques

■ Cas général :

- On définit les grandeurs suivantes associées à ce type de signaux :
 - l'amplitude ou valeur crête-à-crête
 - la fréquence,
 - la valeur moyenne,
 - la valeur efficace.

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

10

Plan du chapitre

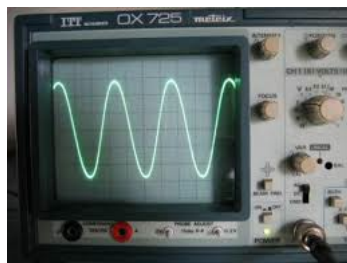
- 1. Grandeur alternative
- 2. Le régime sinusoïdal
- 3. Notation complexe
- 4. Puissance en régime AC
- 5. Récapitulatif

11

2. Régime sinusoïdal

2.1 Importance du régime sinusoïdal

- La plus grande partie de l'énergie électrique est produite sous forme de courant alternatif sinusoïdal ;



12

2. Régime sinusoïdal

2.1 Importance du régime sinusoïdal

- La plus grande partie de l'énergie électrique est produite sous forme de courant alternatif sinusoïdal ;
- Les fonctions sinusoïdales sont simples à manipuler mathématiquement et électriquement ;
- Toute fonction périodique de forme quelconque peut être décomposée en une somme de signaux sinusoïdaux (décomposition en série de Fourier).

13

2. Régime sinusoïdal

2.2 Fonction sinusoïdale

- Définition :
 - Une tension sinusoïdale est une grandeur périodique et alternative pouvant s'écrire sous la forme :

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \theta_u)$$

ou

$$u(t) = U_{\max} \cos(\omega t + \alpha_u)$$

14

2. Régime sinusoïdal

2.2 Fonction sinusoïdale

■ Définition :

- t est le temps en secondes (s)
- ω est la pulsation en radians par seconde (rad.s-1) ;
- $\omega t + \theta_u$ est la phase instantanée en radians (rad) ;
- θ_u est la phase à l'origine en radians (rad).

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \theta_u)$$

15

2. Régime sinusoïdal

2.2 Fonction sinusoïdale

■ Caractéristiques (à démontrer):

- La valeur moyenne d'un tel signal est nulle
- La valeur efficace est donnée par la relation :

$$U_{eff} = \frac{U_{Max}}{\sqrt{2}}$$

- La période est par définition la grandeur T telle que $u(t+kT)=u(t)$ pour k entier. Il en découle que :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

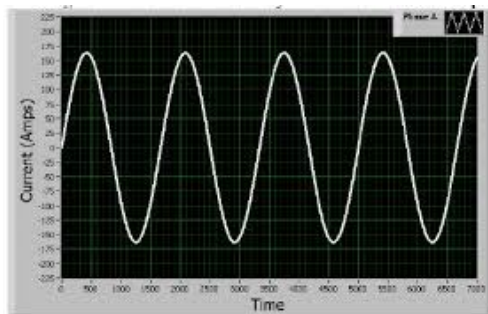
16

2. Régime sinusoïdal

2.2 Fonction sinusoïdale

■ Exemple

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \theta_u)$$



$$U_{\max} = ?$$

$$T = ?$$

$$\theta_u = ?$$

17

Plan du chapitre

- 1. Grandeur alternative
- 2. Le régime sinusoïdal
- 3. Notation complexe
- 4. Puissance en régime AC
- 5. Récapitulatif

18

3. Notation complexe

3.1 Idée

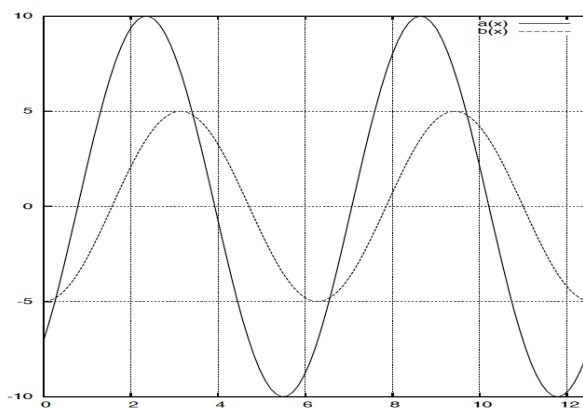
La notation complexe est un outil mathématique permettant en électronique de **simplifier les calculs** afférents à la résolution des équations associées à un circuit électrique donnée **en régime sinusoïdal**

19

3. Notation complexe

3.1 Idée

■ Représentation temporelle



$$\begin{cases} a(t) = A_{max} \times \sin\left[\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right] \\ b(t) = B_{max} \times \sin\left[\omega \cdot t - \frac{\pi}{4}\right] \end{cases}$$

20

3. Notation complexe

3.1 Idée

■ Représentation temporelle

□ Défauts :

- Représentation longue à réaliser ;
- Tracé illisible pour un nombre important de signaux ;
- Méthode peu adaptée si l'on doit tracer la somme ou la différence de plusieurs signaux (lois des mailles, lois des nœuds, etc.)

21

3. Notation complexe

3.2 Définition

- Un complexe est un nombre constitué d'une partie réelle et d'une partie imaginaire, toutes deux réelles

$$\underline{Z} = R + jX$$

22

3. Notation complexe

3.2 Définition

- Un complexe est un nombre constitué d'une partie réelle et d'une partie imaginaire, toutes deux réelles

$$\underline{Z} = R + jX$$

Nombre complexe



23

3. Notation complexe

3.2 Définition

- Un complexe est un nombre constitué d'une partie réelle et d'une partie imaginaire, toutes deux réelles

$$\underline{Z} = R + jX$$

Nombre complexe



Partie réelle



24

3. Notation complexe

3.2 Définition

- Un complexe est un nombre constitué d'une partie réelle et d'une partie imaginaire, toutes deux réelles

$$\underline{Z} = R + jX$$

Nombre complexe

Partie réelle

Partie imaginaire

25

3. Notation complexe

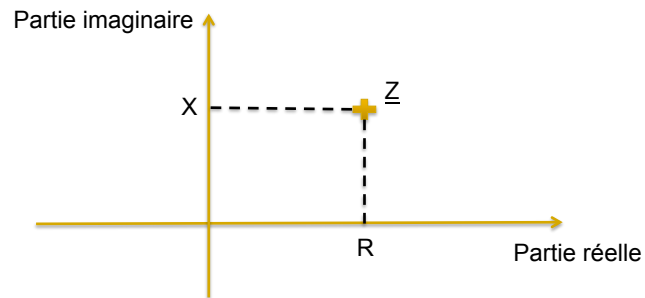
3.2 Définition

- R et X sont des réels
- « j » est le « marqueur » permettant d'identifier la partie imaginaire
- Cette notation est appelée notation algébrique d'un complexe (coordonnées cartésiennes)

26

3. Notation complexe

3.2 Définition



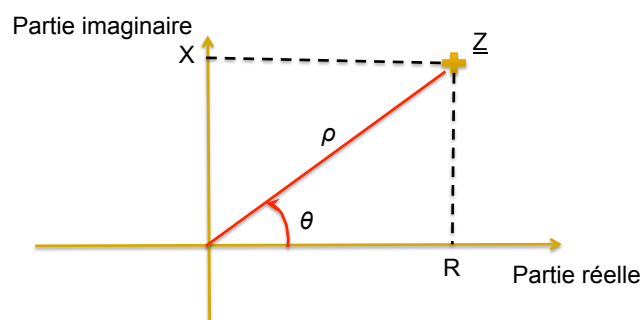
Représentation dans le plan complexe

27

3. Notation complexe

3.2 Définition

■ **Module et Argument**



Coordonnées polaires ρ : module
 θ : argument

28

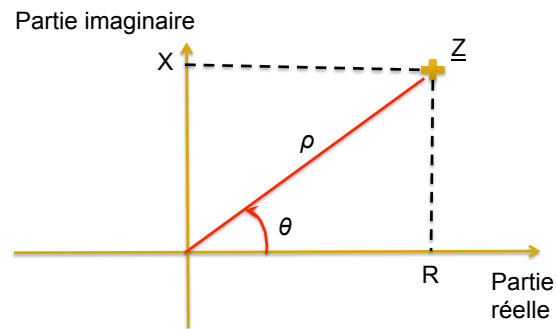
3. Notation complexe

3.2 Définition

■ **Relations**

$$\rho = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta = \text{artan}\left(\frac{X}{R}\right)$$



29

3. Notation complexe

3.2 Définition

■ **Forme exponentielle**

- On peut alors définir la forme exponentielle d'un complexe :

$$\underline{Z} = \rho e^{j\theta}$$

avec

$$\rho = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta = \text{artan}\left(\frac{X}{R}\right)$$

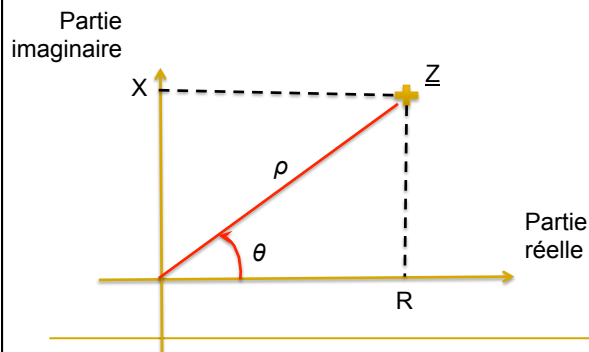
30

3. Notation complexe

3.2 Définition

- **Forme exponentielle vers forme algébrique**

$$\underline{Z} = \rho e^{j\theta} = \rho(\cos(\theta) + j\sin(\theta))$$



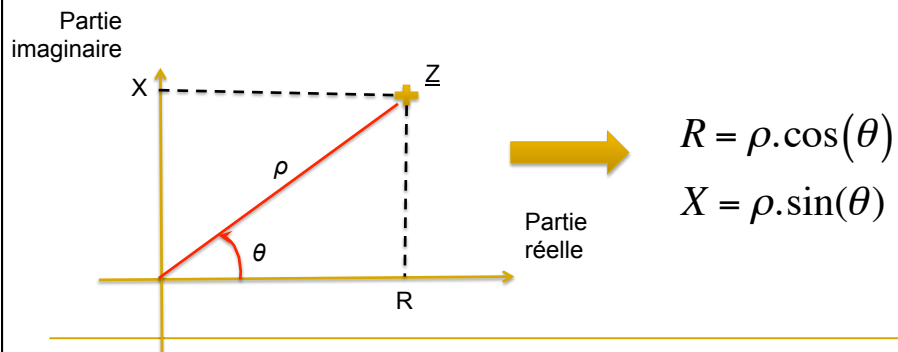
31

3. Notation complexe

3.2 Définition

- **Forme exponentielle vers forme algébrique**

$$\underline{Z} = \rho e^{j\theta} = \rho(\cos(\theta) + j\sin(\theta))$$



32

3. Notation complexe

3.3 Application 1

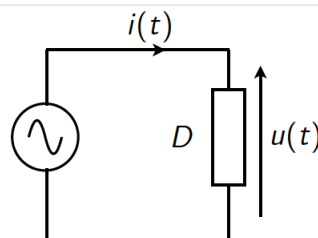
Toute grandeur sinusoïdale (tension ou courant) sera représentée par ***un complexe*** sous forme exponentielle ***de module sa valeur max et d'argument sa phase à l'origine.***

33

3. Notation complexe

3.3 Application 1

- Considérons en régime sinusoïdal un dipôle D traversé par un courant i et soumis à ses bornes à une tension u .



34

3. Notation complexe

3.3 Application 1

- Pour la tension :

$$u(t) = U_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \theta_u)$$

- Pour l'intensité :

$$i(t) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t + \theta_i)$$

35

3. Notation complexe

3.3 Application 1

- On peut donc définir deux complexes

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \theta_u) \rightarrow \underline{U} = U_{\max} e^{j\theta_u}$$

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \theta_i) \rightarrow \underline{I} = I_{\max} e^{j\theta_i}$$

36

3. Notation complexe

3.3 Application 1

■ Référence commune

- Si on note $\varphi = \theta_u - \theta_i$ Il s'agit du déphasage de u par rapport à i

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{U} = U_{\max} e^{j\varphi}$$

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t) \rightarrow \underline{I} = I_{\max} e^{j0} = I_{\max}$$

37

3. Notation complexe

3.3 Application 1

■ Exemples

- Soit une tension U sinusoïdale de valeur Max 110V, de période 10ms et de phase à l'origine 0° . Donner son équation temporelle et la forme complexe sous forme exponentielle associée.
- On prend l'intensité comme référence de phase. Soit une tension U sinusoïdale, de valeur efficace 20V, de pulsation ω , en retard de 32° par rapport à l'intensité. Donnez les formes complexes des deux grandeurs.

38

3. Notation complexe

3.4 Application 2

■ Impédances complexes

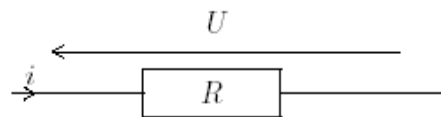
- *En régime alternatif sinusoïdal, tout dipôle D, sera caractérisé par un nombre complexe $\underline{Z}$ dont la partie réelle sera la partie résistive et la partie imaginaire la partie réactive.*
- *Ce nombre complexe est appelé impédance complexe du dipôle*
- *La partie résistive sera modélisée électriquement par une résistance, la partie réactive par une bobine ou un condensateur.*

39

3. Notation complexe

3.4 Application 2

■ Exemple 1 : la résistance



$$u(t) = R.i(t)$$

D'où $\underline{U} = R\underline{I}$

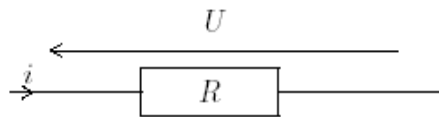
Et donc $\underline{Z}_R = R$

40

3. Notation complexe

3.4 Application 2

■ Exemple 1 : la résistance



$$u(t) = R.i(t)$$

D'où $\underline{U} = R\underline{I}$

Et donc

$$\underline{Z}_R = R$$

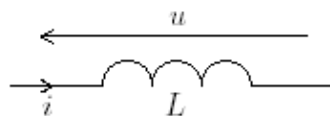
Ceci signifie également qu'il n'y a pas de déphasage entre l'intensité et la tension aux bornes d'une résistance

41

3. Notation complexe

3.4 Application 2

■ Exemple 2 : la bobine



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

D'où

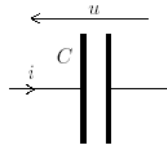
Et donc $\underline{Z}_L =$

42

3. Notation complexe

3.4 Application 2

■ Exemple 3 : le condensateur



$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

D'où

Et donc $\underline{Z}_C =$

43

3. Notation complexe

3.4 Application 2

■ Synthèse

Nom	Résistance	Condensateur	Bobine
Schéma			
Expression de la loi d'Ohm	$u = Ri$	$u = \frac{1}{jC\omega}i$	$u = jL\omega i$

Pas de
déphasage

Déphasage de -90°
(intensité pour
référence)

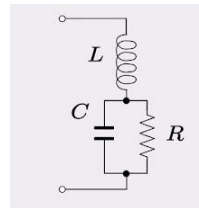
Déphasage de 90°
(intensité pour
référence)

44

3. Notation complexe

3.4 Application 2

- Association d'impédances complexes
 - L'association série ou parallèle d'impédances complexes répondent aux mêmes lois de simplification que les résistances.
 - **Exercice** : Calculer l'impédance complexe équivalente du circuit ci-dessous :

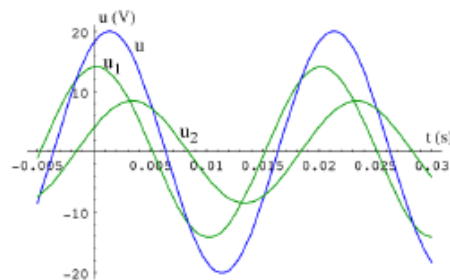
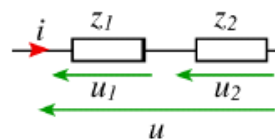


3. Notation complexe

3.5 Lois des mailles

- De manière instantanée, en régime sinusoïdal, la loi s'écrit :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$



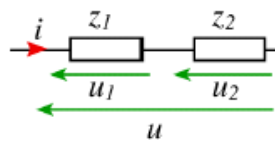
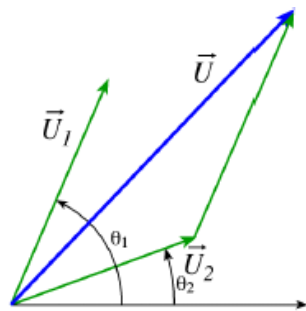
Les trois signaux
ont la même
période T

3. Notation complexe

3.5 Lois des mailles

- Plus simplement, en complexe :

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$



Rq : Il faut prendre en compte les déphasages existants entre les grandeurs pour pouvoir les sommer

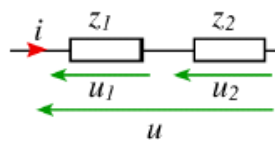
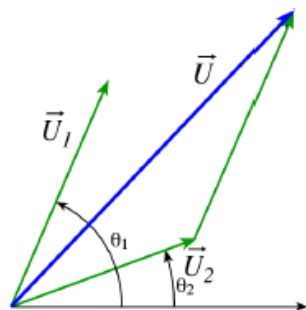
NB: Idem pour la loi des noeuds ⁴⁷

3. Notation complexe

3.5 Lois des mailles

- Plus simplement, en complexe :

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$



En aucun cas il ne faut faire la somme algébrique des valeurs efficaces de u_1 et de u_2 .

$$U_{eff} \neq U_{1eff} + U_{2eff}$$

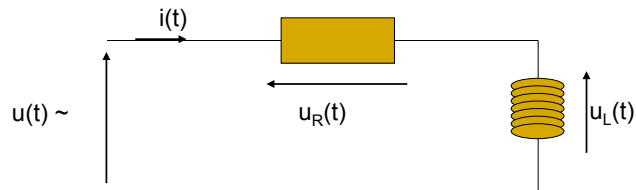
NB: Idem pour la loi des noeuds ⁴⁸

3. Notation complexe

3.6 Exercices

- Exemple d'application :

- Considérons un circuit RL série alimenté par une tension sinusoïdale :



- Application de la loi des mailles

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) =$$

49

3. Notation complexe

3.6 Exercices

- Exemple d'application :

- En notation complexe, cette équation devient :

50

3. Notation complexe

3.6 Exercices

■ Conséquences :

$$\underline{U} = R.\underline{I} + jL\omega.\underline{I} = R.\underline{I} + e^{j\frac{\pi}{2}}L\omega.\underline{I}$$

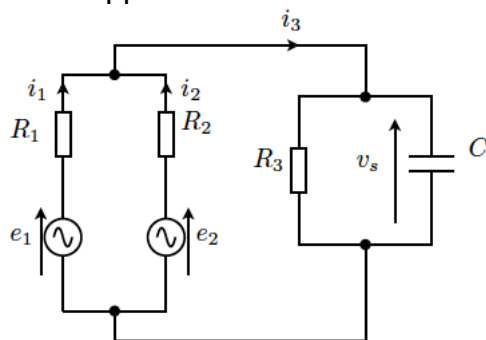
- L'équation ne fait plus intervenir de dérivées difficilement exploitables
- Le terme $e^{j\pi/2}$ caractérise l'existence d'un déphasage de $\pi/2$ rad (90°) entre la tension et l'intensité aux bornes d'une bobine (l'intensité étant prise comme référence de phase)

51

3. Notation complexe

3.6 Exercices

■ Application 2



$$\begin{cases} e_1(t) = 230.\sqrt{2}.\sin(\omega t) \\ e_2(t) = 230.\sqrt{2}.\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

- Calculer $\underline{V_s}$
- En déduire dans l'ordre $\underline{I_3}$, $\underline{I_2}$ et $\underline{I_4}$

$$R_1 = 50\Omega$$

$$R_2 = 50\Omega$$

$$R_3 = 110\Omega$$

$$C = \frac{1}{110.\omega}$$

52

Plan du chapitre

- 1. Grandeur alternative
- 2. Le régime sinusoïdal
- 3. Notation complexe
- 4. **Puissance en régime AC**
- 5. Récapitulatif

53

4. Puissance en régime AC

4.1. Puissance(s)

■ Définitions :

- Par définition, la puissance instantanée consommée (ou reçue) est donnée par la relation suivante :

$$p(t) = u(t)i(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi) I_{\max} \sin(\omega t)$$

- Soit :

$$p(t) = \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \cos \varphi + \frac{U_{\max} I_{\max}}{2} \cos(2\omega t + \varphi)$$

↑
Un terme constant

↑
Un terme variant périodiquement

54

4. Puissance en régime AC

4.1. Puissance(s)

■ Définitions :

- Par définition, la puissance consommée (ou reçue) est donnée par la relation suivante :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

Facteur de
puissance f_p

- Il vient donc que :

$$P = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$$

- Il s'agit de la **puissance active**. Elle s'exprime en Watt (W)

55

4. Puissance en régime AC

4.1. Puissance(s)

■ Définitions :

- La puissance active ne permet cependant pas de mettre en évidence tous les phénomènes physiques liés aux bobines et aux condensateurs (qui ne consomment pas de puissance active).
- On introduit donc la puissance réactive Q (unité le Volt Ampère Réactif VAR) permettant cette prise en compte

$$Q = U_{eff} I_{eff} \sin \varphi$$

- Il s'agit d'un outil mathématique sans réalité physique

56

4. Puissance en régime AC

4.1. Puissance(s)

■ Définitions :

- Ce qui amène à considérer la puissance apparente S (Volt Ampère VA) telle que :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U_{eff} I_{eff}$$

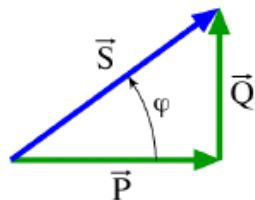
57

4. Puissance en régime AC

4.2. Triangle des puissances

■ Définition :

- Les trois puissances décrites précédemment peuvent se traduire par une figure géométrique appelée triangle des puissances :



- Si φ est positif, on parle de circuit inductif
- Si φ est négatif, on parle de circuit capacitif

58

4. Puissance en régime AC

4.3. Effet joule

■ Définition :

- Il s'agit de la puissance consommée par les éléments résistifs du montage
- Cette énergie consommée est dissipée sous forme de chaleur.
- Il s'agit bien sûr de puissance active (Watt).

59

4. Puissance en régime AC

4.4. Théorème de Boucherôt

■ Théorème :

- Dans un réseau à fréquence fixe et comportant N impédances, on montre que :

$$P_{Totale} = \sum_{i=1}^N P_i$$

$$Q_{Totale} = \sum_{i=1}^N Q_i$$

Attention

$$S_{Totale} \neq \sum_{i=1}^N S_i$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U_{eff} I_{eff}$$

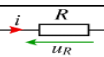
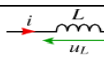
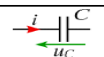
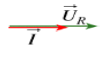
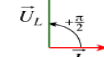
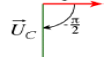
60

Plan du chapitre

- 1. Grandeur alternative
- 2. Le régime sinusoïdal
- 3. Représentation de Fresnel
- 4. Puissance en régime AC
- 5. **Récapitulatif**

61

5. Récapitulatif

	Résistance R	Inductance L	Capacité C
Schéma			
Equation fondamentale	$u_R = Ri$	$u_L = L \frac{di}{dt}$	$i = C \frac{du_C}{dt}$
Impédance Z (Ω)	$Z_R = R$	$Z_L = L\omega$	$Z_C = \frac{1}{C\omega}$
Admittance Y (S)	$Y_R = \frac{1}{R}$	$Y_L = \frac{1}{L\omega}$	$Y_C = C\omega$
Relation entre les valeurs efficaces	$U_R = RI$	$U_L = L\omega I$	$U_C = \frac{1}{C\omega} I$
Déphasage φ (rad)	$\varphi_R = 0$	$\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$
Représentation de Fresnel			
Puissance active P (W)	$P_R = U_R I = RI^2 = \frac{U^2}{R}$ R absorbe P	0	0
Puissance réactive Q (VAR)	0	$Q_L = U_L I = L\omega I^2$ L absorbe Q	$Q_C = -U_C I = -C\omega U_C^2$ C fournit Q