

Reconnaissance des formes

Prof. Jean-Philippe THIRAN

Cours 3: Contours actifs

Dr. Xavier BRESSON
Xavier.Bresson@epfl.ch



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Contours actifs

➤ Contours actifs?

Les contours actifs représentent un modèle de segmentation d'images de +en+ populaire en traitement d'images pour des raisons théoriques et numériques.

➤ Segmentation d'images?

(Rappel) La segmentation d'images consiste à déterminer les régions sémantiquement importantes, càd les objets, en calculant les régions "homogènes" et les contours de ces régions.



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Illustrations de la segmentation d'image

3

- Extraire les **régions** homogènes dans l'image



- Extraire les **contours** des objets dans l'image



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne

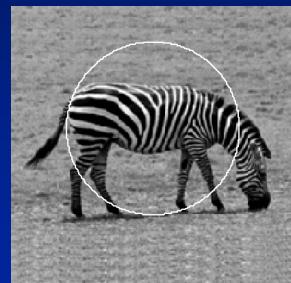


Modèle des contours actifs/serpents

4

- Le modèle des contours actifs dit **serpents** extrait les contours des objets dans les images.
 - *Il est basé sur le calcul des variations.*
 - *Le contour actif évolue comme un « serpent ».*

Images 2-D



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



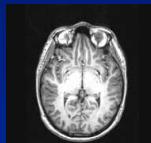
Autre résultat

5

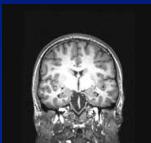
IRM - Cerveau



sagittal



axial



coronal

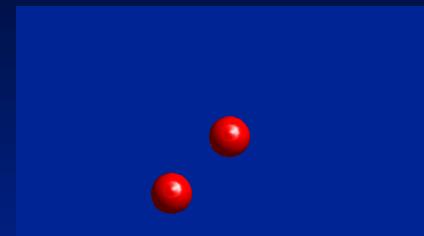


Image 3-D

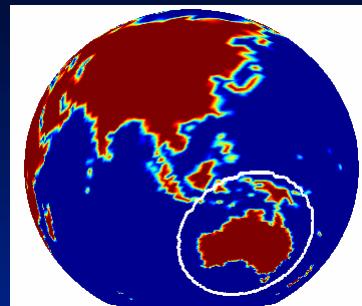


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne

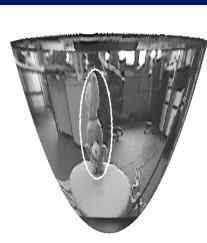


Autre résultat

6



Images omni-directionnelles



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



- Le calcul des variations est la branche des mathématiques qui généralisent le calcul de la "dérivée". Il détermine la fonction u qui trouve les valeurs extrémiales (minimum/maximum) des intégrales de la forme:

$$F(u) = \int f(x, u(x), u_x(x)) dx$$

- Une fonction u qui satisfait l'équation différentielle, dit d'Euler-Lagrange,

$$\left(\frac{\partial}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial}{\partial u_x} \right) f(u, u_x) = 0$$

correspond à un extremum de F(u).



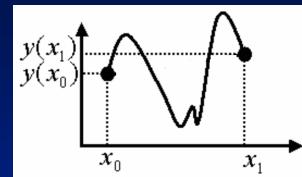
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Exemple d'application

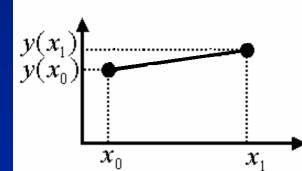
- Déterminer la forme de la courbe $(x, y(x))$ avec la plus petite longueur:

$$L(y) = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + y_x^2} dx, \text{ given } y(x_0), y(x_1).$$



- Solution:

$$\frac{y_{xx}}{(1+y_x^2)^{3/2}} = 0 \\ \rightarrow y_x = a \rightarrow y = ax + b !$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



1^{er} modèle de contours actifs

9

- Modèle de serpent de Kass-Witkin-Terzopoulos, 1987.
Ce modèle déforme une courbe C vers les contours des objets en minimisant la fonctionnelle énergétique suivante:

$$F(C) = \underbrace{\frac{\alpha}{2} \int_0^1 |C_p|^2 dp}_{\text{Régularité de la courbe } C} + \underbrace{\frac{\beta}{2} \int_0^1 |C_{pp}|^2 dp}_{\text{Attraction vers les contours des objets}} + \lambda \int_0^1 g^2(I(C)) dp$$


$$g(I(C)) = \frac{1}{1+|\nabla I(C)|^2}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Calcul des variations

10

- On applique le calcul des variations pour déterminer la courbe C qui minimise l'énergie des contours actifs:

$$F(C) = \int_0^1 \left(\underbrace{\frac{\alpha}{2} |C_p|^2 + \frac{\beta}{2} |C_{pp}|^2}_{f(C, C_p, C_{pp})} + \lambda g^2(I(C)) \right) dp$$

$$\downarrow$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial C} - \frac{d}{dp} \frac{\partial}{\partial C_p} - \frac{d^2}{dp^2} \frac{\partial}{\partial C_{pp}} \right) f(C, C_p, C_{pp}) = 0$$

$$\downarrow$$

$$\text{Eq. d'Euler-Lagrange: } -\alpha C_{pp} - \beta C_{ppp} + \lambda \nabla g^2(I(C)) = 0$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Exemple

11

- Avantage: calculs numériques rapides.



ques secondes!

- Inconvénients:

- *le résultat final de la segmentation dépend de la paramétrisation de la courbe $C(p)$, \Rightarrow Contours actifs géodésiques*
- *Cette approche ne permet pas de gérer les changements de topologie. \Rightarrow Approche des courbes de niveau*



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



2nd modèle de contours actifs

12

- Modèle des **contours actifs géodésiques** de Caselles-Kimmel-Sapiro et Kichenassamy-etal, 1995.

Ce modèle est invariant par changement de paramétrisation de la courbe, c'est à dire, l'énergie et la géométrie de la courbe sont invariants par changement de paramétrisation:

$$F(C(p)) = F(C(q)), \forall f : q = f(p), f' > 0$$

Comme le 1^{er} modèle des contours actifs, ce modèle place une courbe C sur les contours des objets se trouvant dans l'image en minimisant la fonctionnelle énergétique suivante:

$$F(C) = \int_0^1 g(I(C))|C_p|dp$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



- On applique le calcul des variations pour déterminer la courbe C qui minimise l'énergie des contours actifs:

$$F(C) = \int_0^1 g(I(C)) |C_p| dp$$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{f(C, C_p)}$

$$\left(\frac{\partial}{\partial C} - \frac{d}{dp} \frac{\partial}{\partial C_p} \right) f(C, C_p) = 0$$

Eq. d'Euler-Lagrange:
$$((\nabla g \cdot N) - g\kappa)N = 0$$

courbure de C normale de C



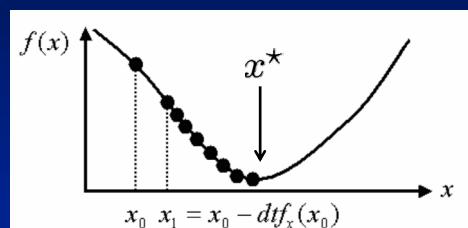
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Méthode de descente du gradient

- On résout l'équation d'Euler-Lagrange précédente avec la méthode de descente du gradient:
Si on souhaite connaître le x qui minimise la fonction $f(x)$ càd le x tel que $f_x(x)=0$ alors on introduit un temps artificiel t et on résout l'équation suivante par itération:

$$\frac{dx}{dt} = -f_x(x)$$



jusqu'à atteindre le minimum/maximum de f où l'on a

$$\frac{dx}{dt} = 0 = -f_x(x^*) \rightarrow f_x(x^*) = 0 \text{ Euler-Lagrange}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Application aux contours actifs

15

- On applique la méthode de descente du gradient aux contours actifs:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial C}$$

et la variation de l'énergie F par rapport au contour C est donnée par le calcul des variations et l'équation d'Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial F}{\partial C} = ((\nabla g \cdot N) - g\kappa)N$$

ce qui donne:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = (g\kappa - (\nabla g \cdot N))N$$

Equation d'évolution des contours actifs géodésiques



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Méthode des courbes de niveau

16

- On résout le problème de changement de topologie avec la méthode des courbes de niveau de Osher-Sethian, 1988.

Il existe deux représentations mathématiques des courbes:

- *la représentation paramétrique, dite explicite:*

$C \equiv C(p) = (x(p), y(p)), p$ une paramétrisation arbitraire

- *la représentation implicite*

$$C \equiv \{(x, y) : \phi(x, y) = 0\}$$

- Exemple: le cercle de rayon R

représentation paramétrique: $C \equiv C(p) = (x(p) = R \cos p, y(p) = R \sin p), p \in (0, 2\pi)$

représentation implicite: $C \equiv \{(x, y) : \phi(x, y) = 0 = x^2 + y^2 - R^2\}$



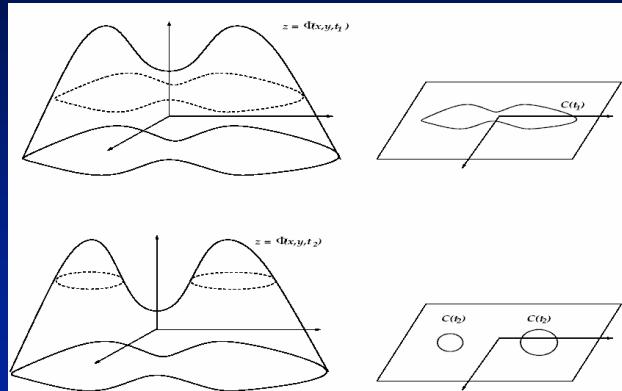
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Evolution des contours actifs avec la méthode des courbes de niveaux (1)¹⁷

- Le contour $C(t)$ est donc représenté de manière implicite:

$$C(t) = \{(x, y) : \phi(x, y, t) = 0\}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Evolution des contours actifs avec la méthode des courbes de niveaux (2)¹⁸

- L'évolution de la courbe C est donnée par l'évolution de la courbe de niveau 0 tel que:

$$C_t = V N \rightarrow \phi_t = V |\nabla \phi|$$

Dans le cas des contours actifs géodésiques:

$$\begin{aligned} C_t &= \underbrace{\left(g\kappa - (\nabla g \cdot N) \right)}_V N \\ &\Downarrow \quad N = -\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \\ &\quad \kappa = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \end{aligned}$$

$$\phi_t = \left(g\kappa - (\nabla g \cdot N) \right) |\nabla \phi| = g \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi| + \nabla g \cdot \nabla \phi$$



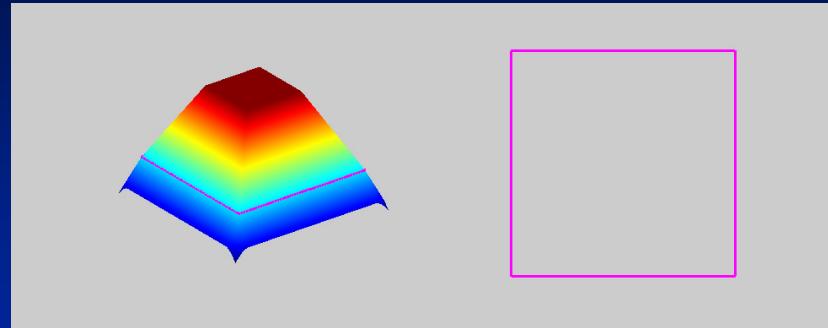
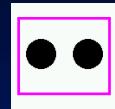
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (1)

19

- Evolution de la courbe $C(t)$ et de la fonction de courbes de niveau associée $\Phi(t)$:



$\phi(t)$

$C(t)$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (2)

20

- 1^{er} modèle des contours actifs:



- 2^{ème} modèle des contours actifs (CAG):

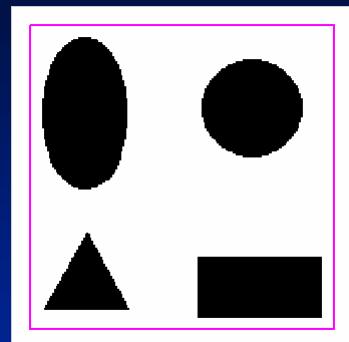


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (3)

21



$C(t)$

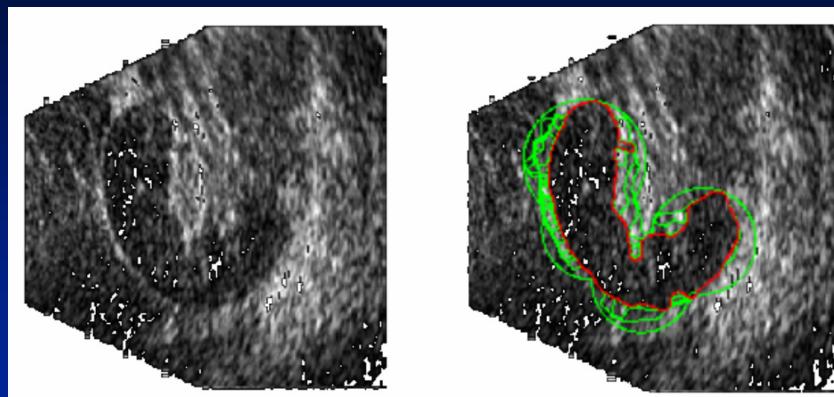


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (4)

22

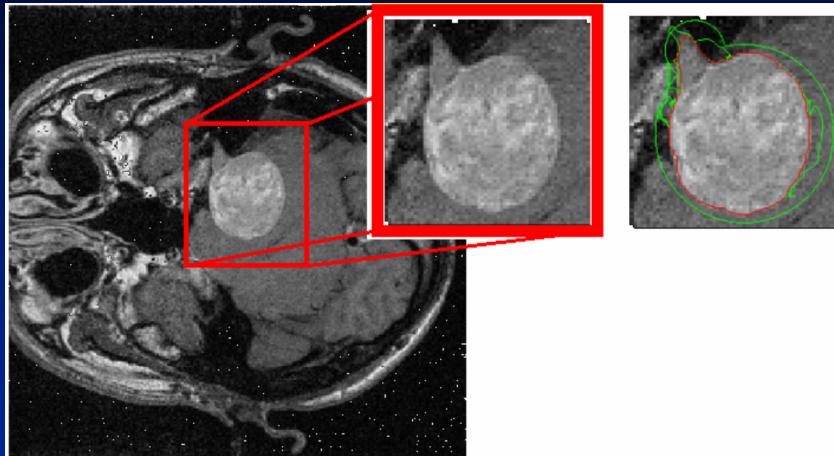


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (5)

23



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Récapitulatif du modèle des contours actifs géodésiques (1)

24

- Le modèle des contours actifs déforme une courbe C dans l'image pour atteindre les bords des objets significatifs.
- 1^{er} modèle: $F(C) = \int_0^1 \left(\frac{\alpha}{2} |C_p|^2 + \frac{\beta}{2} |C_{pp}|^2 + \lambda g^2(I(C)) \right) dp$
Av: - calculs numériques rapides
In: - le résultat final dépend de la paramétrisation
- problème des changements de topologie
- 2^{ème} modèle: contours actifs géodésiques

$$\begin{cases} F(C) = \int g(I(C)) |C_p| dp \\ C_t = (g\kappa - (\nabla g \cdot N)) N \\ \phi_t = g \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi| + \nabla g \cdot \nabla \phi \end{cases}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



➤ *Contours actifs géodésiques*

Av: - indépendant de la paramétrisation

- *changement de topologie automatique grâce à la méthode des courbes de niveau*
- *les solutions sont bien définies mathématiquement (théorie des solutions visqueuses, Crandall-Ishii-Lions, 1992)*

Inc: - calculs numériques plus lents

- *la solution finale dépend de la condition initiale -> problème des minima locaux dans la fonctionnelle énergétique (pour les deux modèles)*
- *le contour actif détecte seulement les bords des objets dans les images, on souhaiterait aussi trouver les régions homogènes. (Rappel: TP segmentation d'images)*

⇒ Fonctionnelle de Mumford-Shah



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Contours actifs basés sur le modèle de Mumford-Shah 26

- Le modèle de Mumford-Shah, 1985, a pour but de partitionner une image en régions homogènes dont les frontières sont lisses.

$$F(C, I) = \int_{\Omega} (I - I_0)^2 dx dy + \beta \int_{\Omega - C} |\nabla I|^2 dx dy + \nu \int_C ds$$

contours entre les régions homogènes

Fidélité par rapport à l'image originale

Régularité de l'image des régions homogènes

Régularité des contours (longueur des contours)

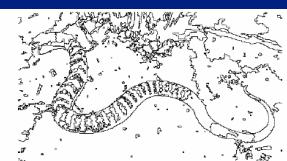
image des régions homogènes



I_0



I



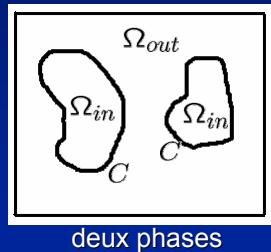
C



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



- Hypothèses:
 - les régions homogènes ont des **intensités constantes** égales à la **moyenne** des intensités dans l'image originale
 - l'image est composée de **deux phases**, càd deux ensembles de régions homogènes $\Omega_{in}, \Omega_{out}$ dont C est la frontière entre les deux régions



Modèle des **contours actifs sans bords**
de Chan-Vese, 2001.



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



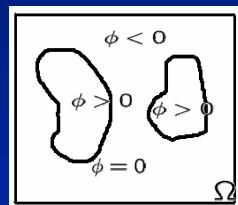
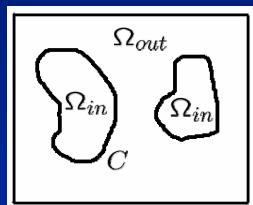
Modèle des contours actifs sans bords

- On cherche le contour C et les valeurs de μ_{in}, μ_{out} qui minimisent la fonctionnelle énergétique suivante:

$$F(C, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega_{in}} (\mu_{in} - I_0)^2 dx dy + \int_{\Omega_{out}} (\mu_{out} - I_0)^2 dx dy + \nu \int_C ds$$

- On utilise une fonction de courbes de niveau pour réaliser les changements de topologie automatiquement:

$$F(\phi, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega} (\mu_{in} - I_0)^2 H(\phi(x, y)) dx dy + \int_{\Omega} (\mu_{out} - I_0)^2 (1 - H(\phi)) dx dy + \nu \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Calcul des variations

29

➤ On cherche le Φ qui minimise la fonctionnelle F :

$$\begin{aligned}
 F(\phi) &= \int_{\Omega} \left((\mu_{in} - I_0)^2 H(\phi) + (\mu_{out} - I_0)^2 (1 - H(\phi)) + \nu \delta(\phi) |\nabla \phi| \right) dx dy \\
 &\quad \underbrace{f(\phi, \nabla \phi)}_{\downarrow} \\
 (\frac{\partial}{\partial \phi} - \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \nabla \phi}) f(\phi, \nabla \phi) &= 0 \\
 &\quad \downarrow \\
 \delta(\phi) \left((\mu_{in} - I_0)^2 - (\mu_{out} - I_0)^2 - \nu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) &= 0 \quad \text{Eq d'Euler-Lagrange} \\
 &\quad \downarrow \\
 \phi_t = \delta(\phi) \left(\nu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - (\mu_{in} - I_0)^2 + (\mu_{out} - I_0)^2 \right) & \quad \text{Eq d'évolution}
 \end{aligned}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Minimisation de F

30

➤ On minimise ensuite F par rapport à μ_{in}, μ_{out}

$$\begin{aligned}
 F(\mu_{in}) &= \int_{\Omega} \left((\mu_{in} - I_0)^2 H(\phi) + (\mu_{out} - I_0)^2 (1 - H(\phi)) + \nu \delta(\phi) |\nabla \phi| \right) dx dy \\
 &\quad \downarrow \\
 \frac{\partial F}{\partial \mu_{in}} = 0 &= \frac{\partial}{\partial \mu_{in}} \int_{\Omega} (\mu_{in} - I_0)^2 H(\phi) dx dy \\
 &\quad \downarrow \\
 \mu_{in} &= \frac{\int_{\Omega} I_0 H(\phi) dx dy}{\int_{\Omega} H(\phi) dx dy} \\
 \mu_{out} &= \frac{\int_{\Omega} I_0 (1 - H(\phi)) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi)) dx dy}
 \end{aligned}$$

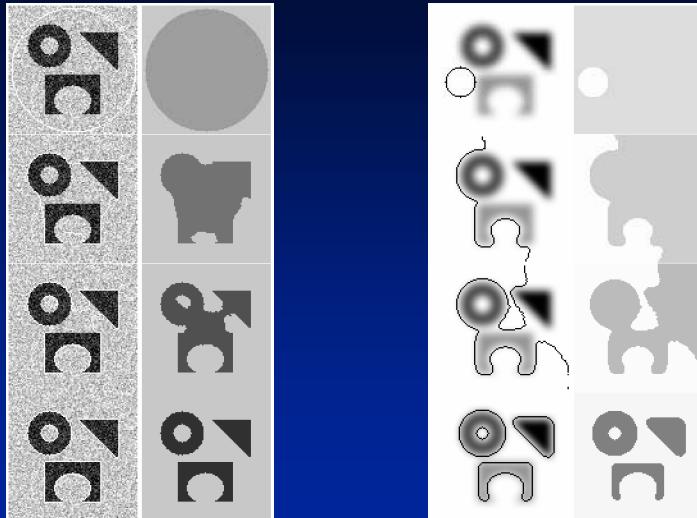


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (1)

31

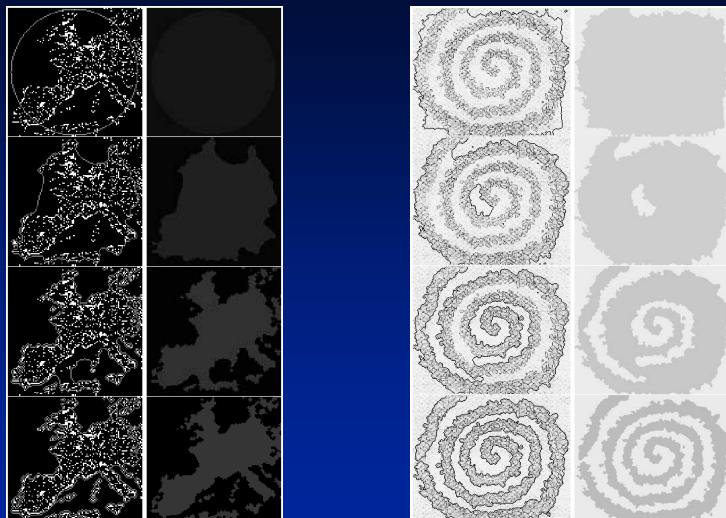


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (2)

32



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Récapitulatif des contours actifs sans bords

33

- Modèle des contours actifs sans bords:

$$\begin{cases} \phi_t = \delta(\phi) \left(\nu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{\nabla \phi} \right) - (\mu_{in} - I_0)^2 + (\mu_{out} - I_0)^2 \right) \\ \mu_{in} = \frac{\int_{\Omega} I_0 H(\phi) dx dy}{\int_{\Omega} H(\phi) dx dy} \quad \mu_{out} = \frac{\int_{\Omega} I_0 (1-H(\phi)) dx dy}{\int_{\Omega} (1-H(\phi)) dx dy} \end{cases}$$

Av: - modèle de segmentation plus rapide que les CAG

- segmentation plus robuste en présence de bruit
- ce modèle détecte des régions homogènes qui ne possèdent pas de bords très nets

Inc: - 2 phases \Rightarrow Généralisation possible

- les régions homogènes ne sont pas toujours décrites par des intensités moyennes \Rightarrow Modèle de MS original



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Le modèle de Mumford-Shah original avec 2 phases

34

$$F(C, I) = \int_{\Omega} (I - I_0)^2 dx dy + \beta \int_{\Omega - C} |\nabla I|^2 dx dy + \nu \int_C ds$$

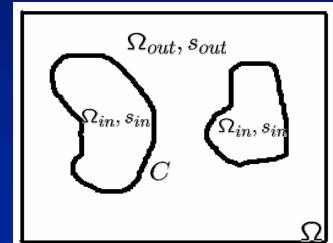


$$F(C, \mu_{in}, \mu_{out}) = \int_{\Omega_{in}} (\mu_{in} - I_0)^2 dx dy + \int_{\Omega_{out}} (\mu_{out} - I_0)^2 dx dy + \nu \int_C ds$$



$$\begin{aligned} F(C, s_{in}, s_{out}) = & \int_{\Omega_{in}} (s_{in} - I_0)^2 dx dy + \beta \int_{\Omega_{in}} |\nabla s_{in}|^2 dx dy \\ & + \int_{\Omega_{out}} (s_{out} - I_0)^2 dx dy + \beta \int_{\Omega_{out}} |\nabla s_{out}|^2 dx dy \\ & + \nu \int_C ds \end{aligned}$$

deux phases



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Minimisation de F (1)

35

- On introduit une fonction de courbes de niveau pour réaliser les changements de topologie automatiquement:

$$\begin{aligned}
 F(\phi, s_{in}, s_{out}) &= \int_{\Omega} \left(((s_{in} - I_0)^2 + \beta |\nabla s_{in}|^2) H(\phi) \right. \\
 &\quad \left. + ((s_{out} - I_0)^2 + \beta |\nabla s_{out}|^2) (1 - H(\phi)) + \nu \delta(\phi) |\nabla \phi| \right) dx dy \\
 &\quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{f(\phi, \nabla \phi)} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \left(\frac{\partial}{\partial \phi} - \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \nabla \phi} \right) f(\phi, \nabla \phi) = 0 \quad \text{Eq d'Euler-Lagrange} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \phi_t = \delta(\phi) \left(\nu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - (s_{in} - I_0)^2 - \beta |\nabla s_{in}|^2 + (s_{out} - I_0)^2 + \beta |\nabla s_{out}|^2 \right) \\
 &\quad \qquad\qquad\qquad \text{Eq d'évolution}
 \end{aligned}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Minimisation de F (2)

36

$$\begin{aligned}
 F(\phi, s_{in}, s_{out}) &= \int_{\Omega} \left(((s_{in} - I_0)^2 + \beta |\nabla s_{in}|^2) H(\phi) \right. \\
 &\quad \left. + ((s_{out} - I_0)^2 + \beta |\nabla s_{out}|^2) (1 - H(\phi)) + \nu \delta(\phi) |\nabla \phi| \right) dx dy \\
 &\quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{f(s_{in}, \nabla s_{in})} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \left(\frac{\partial}{\partial s_{in}} - \nabla \cdot \frac{\partial}{\partial \nabla s_{in}} \right) f(s_{in}, \nabla s_{in}) = 0 \quad \text{Eq d'Euler-Lagrange} \\
 &\quad \downarrow \quad \nabla \cdot \nabla = \nabla^2 = \Delta \\
 &\quad s_{in} - I_0 = \beta \Delta s_{in} \\
 &\quad s_{out} - I_0 = \beta \Delta s_{out}
 \end{aligned}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Filtrage Gaussien

37

$$\begin{cases} s_{in} - I_0 = \beta \Delta s_{in} \\ s_{out} - I_0 = \beta \Delta s_{out} \end{cases}$$

- Les équations précédentes sont liées au processus de débruitage d'image, appelé filtrage/lissage gaussien ou bien diffusion linéaire:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \Delta I, \quad I(t=0) = I_0$$

$I = I_0 * G(t), G(t) = \frac{1}{4t} e^{-\frac{x^2+y^2}{4t}}$, est solution de $\frac{\partial I}{\partial t} = \Delta I$.



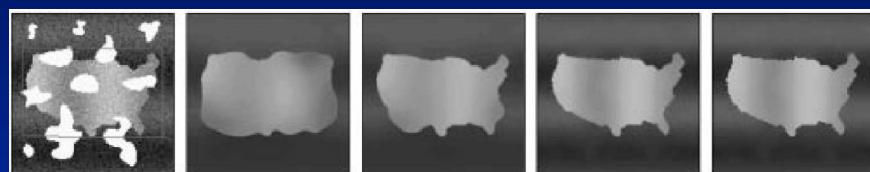
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultat

38

$$\begin{cases} \phi_t = \delta(\phi) \left(\nu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{\nabla \phi} \right) - (s_{in} - I_0)^2 - \beta |\nabla s_{in}|^2 + (s_{out} - I_0)^2 + \beta |\nabla s_{out}|^2 \right) \\ s_{in} - I_0 = \beta \Delta s_{in} \\ s_{out} - I_0 = \beta \Delta s_{out} \end{cases}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Récapitulatif des contours actifs basés sur Mumford-Shah 39

- Modèle des contours actifs basés sur le modèle de Mumford-Shah:

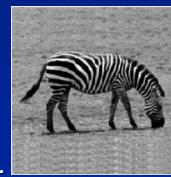
Av: - modèle de segmentation parfaitement adaptée aux images dites lisses par morceaux:



Inc: - 2 phases → Généralisation possible

- les images naturelles ne sont pas toutes lisses par morceaux, comme par exemple les textures:

→ Décrire les régions "homogènes" à partir de l'histogramme des régions et la théorie d'information de Shannon, 1948.



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Contour actifs basés sur la théorie d'information (1) 40

- On cherche à partitionner l'image entre 2 phases qui maximisent la quantité d'information au sens de Shannon, 1948.
- La quantité d'information est définie par l'entropie d'une variable aléatoire X:

$$E(X) = \int p(x) \log p(x) dx$$

où $p(x)$ est la densité de probabilité associé à X.

- Le problème consiste à trouver 2 régions $\Omega_{in}, \Omega_{out}$ qui minimisent l'entropie, Jehan-Besson-Herbulot-etal-04, tel que:

$$\begin{aligned} F(\Omega_{in}, \Omega_{out}) &= E(\Omega_{in}) + E(\Omega_{out}) \\ &= \int_{\Omega_{in}} p_{in}(x, y) \log p_{in} dx dy + \int_{\Omega_{out}} p_{out}(x, y) \log p_{out} dx dy \end{aligned}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Contours actifs basés sur la théorie d'information (2)

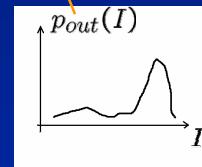
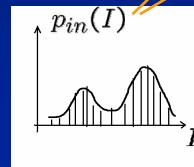
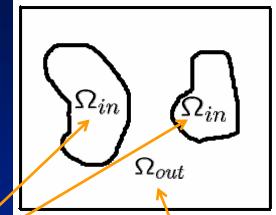
41

- Les fonctions de densité de probabilité p_{in} , p_{out} correspondent à l'estimation non-paramétrique des régions Ω_{in} , Ω_{out} :

$$p_{in}(x, y \equiv x) = \frac{\int_{\Omega_{in}} G(I(x) - I(\hat{x})) d\hat{x}}{\int_{\Omega_{in}} dx = |\Omega_{in}|}$$

$$p_{out}(x, y \equiv x) = \frac{\int_{\Omega_{out}} G(I(x) - I(\hat{x})) d\hat{x}}{\int_{\Omega_{out}} dx = |\Omega_{out}|}$$

$$G(I(x) - I(\hat{x})) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{(I(x) - I(\hat{x}))^2}{2\sigma^2}}$$



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Contours actifs basés sur la théorie d'information (3)

42

- On introduit la fonction de courbes de niveau:

$$p_{in}(\phi) = \frac{\int_{\Omega} G(I(x) - I(\hat{x})) H(\phi(\hat{x})) d\hat{x}}{\int_{\Omega} H(\phi(x)) dx}$$

$$p_{out}(\phi) = \frac{\int_{\Omega} G(I(x) - I(\hat{x})) (1 - H(\phi(\hat{x}))) d\hat{x}}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi(x))) dx}$$

$$F(\phi) = \int_{\Omega} \left(p_{in}(\phi) \log p_{in} + p_{out}(\phi) \log p_{out} + \nu \delta(\phi) |\nabla \phi| \right) dx dy$$

$$f(\phi, \nabla \phi)$$

↓ Eq d'évolution

$$\phi_t = \delta(\phi) \left(\nu \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + p_{in}(\log p_{in} + 1) + \frac{1}{|\Omega_{in}|} (E(\Omega_{in}) - 1 + \int_{\Omega_{in}} G \log p_{in} dx) \right. \\ \left. - p_{out}(\log p_{out} + 1) - \frac{1}{|\Omega_{out}|} (E(\Omega_{out}) - 1 + \int_{\Omega_{out}} G \log p_{out} dx) \right)$$

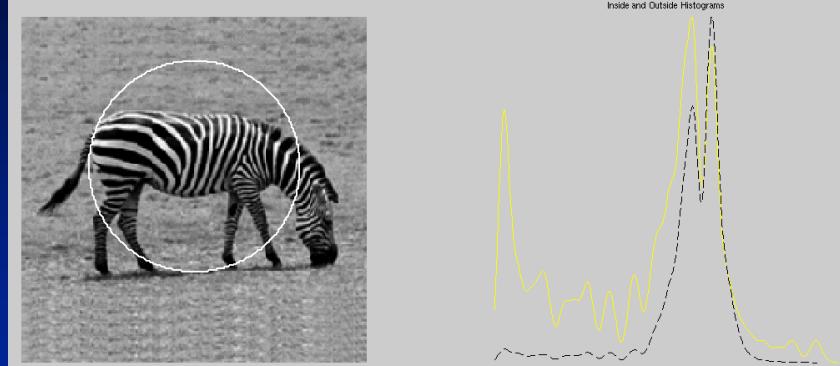


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (1)

43

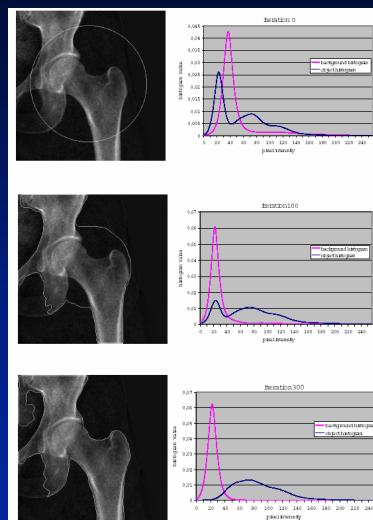


Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (2)

44



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



- Les modèles de contours actifs précédemment présentés sont très performants pour détecter des contours d'objets et des régions homogènes.
 - Malgré les bonnes performances de ces modèles, ceux-ci échouent quand les objets d'intérêt sont occultés/cachés par d'autres objets ou quand le niveau de bruit est trop élevé.
- ➡ Introduction d'information a priori sur l'objet d'intérêt dans le processus de segmentation.



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

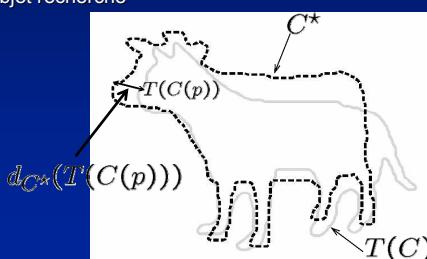
Introduction d'information a priori dans les contours actifs (1)

- On introduit la forme a priori de l'objet d'intérêt dans l'énergie des contours actifs géodésiques, Chen-etal 2002:

$$F(C, T) = \int (g(I(C)) + \lambda d_{C^*}^2(T(C(p)))) |C_p| dp$$

contour actif transformations géométriques C^* : forme a priori de l'objet recherché

$d_{C^*}(T(C(p)))$
distance entre le contour actif C
(sous une transformation géométrique)
et la forme a priori C^*



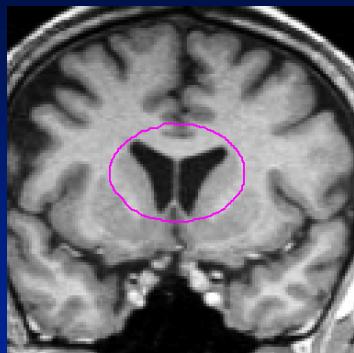
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



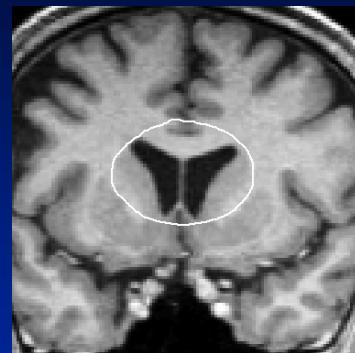
Résultats (1)

47

- Segmentation du ventricule gauche:



sans information a priori
 $F(C) = \int g(I(C))|C_p|dp$



avec information a priori
 $F(C, T) = \int (g(I(C)) + \lambda d_{C*}^2(T(C(p))))|C_p|dp$



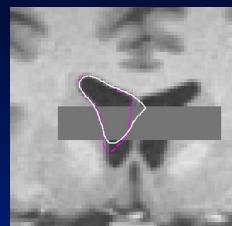
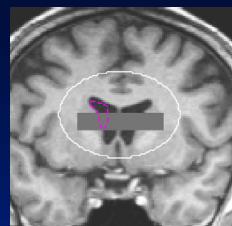
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



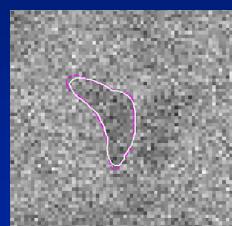
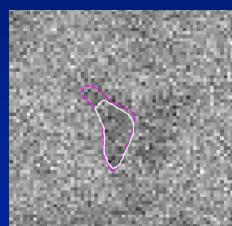
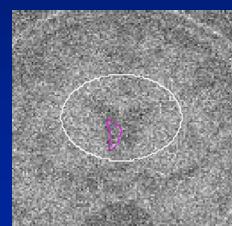
Résultats (2)

48

occlusion



niveau de
bruit élevé



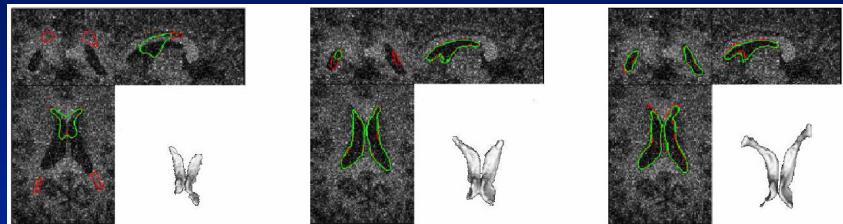
Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Résultats (3)

49

Imagerie cérébrale 3D: Extraction des ventricules Rousson-etal-04



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne



Conclusion

50

- Le **calcul des variations** et la **méthode des courbes de niveau** offrent deux outils performants pour construire des modèles de segmentation d'images.
- Les modèles de contours actifs identifient les objets sémantiques dans les images à partir:
 - *de la détection des bords des objets*
 - *de la détermination de régions homogènes*
 - *de l'incorporation d'information a priori*
- Ce modèle et les domaines théoriques (EDP, géométrie différentielle) associés sont de plus en plus populaires en **vision par ordinateur** et ils attendent vos idées!



Signal Processing Institute
Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne

